

## МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛИ ОПИСВАЩИ ПРИРОДНИТЕ ПОПУЛАЦИИ

Въпреки огромното разнообразие на природни популации, всеки може да посочи техните най-важни характеристики: растеж, самостоятелно ограничаване на растежа, способност за превключване, т.е. наличието на две или повече стационарни режима, биоритми, пространствена хетерогенност и квазистохастичност. Всички тези характеристики могат да бъдат демонстрирани чрез сравнително прости нелинейни динамични модели, които играят основна роля математическата биология.

1) Неограничен растеж. Експоненциален растеж. Авто-катализа.

Темпът на нарастване е пропорционален на популацията, без значение дали популацията е от клетки или живи организми; това е едно от основните допускания във всички модели на растеж. За много едноклетъчни организми или за клетките, съдържащи се в клетъчните тъкани, разпространението означава просто деление, което е удвояване на броя на клетките за определен интервал от време, наречено време на разделяне. Разпространението на растенията и животните, чиято организация е сложна, следват по-сложни закони. Въпреки това, в най-простия модел, всеки може да предположи, че скоростта на разпространение на видове е пропорционална на броя от този вид.

Това се представя математически с използването на линейно диференциално уравнение по отношение на променливата  $x$  характеризираща номерата (концентрацията) на отделните единици в популацията:

$$\frac{dx}{dt} = R x$$

Тук  $R$  може да бъде, в по-общ случай, функция едновременно на номерата и времето или зависи от други външни и вътрешни параметри.

Този закон (съгласно формулата) е формулиран от Томас Малтус (1766-1834) Съгласно формулата, ако коефициентът на пропорционалност  $R = r = \text{const}$  (както Малтус приема), следователно цифрите растат експоненциално и без граници:

$$x = x_0 e^{rt}; \quad x_0 = x(t=0)$$

За повечето популации, съществуват ограничаващите фактори и растежът на популацията се прекратява поради различни причини. Човешкото население е единственото изключение: през цялата си история, то се увеличава дори по-бързо от експоненциалната величина.