<u>Задача 11.</u>

Монета се хвърля пет пъти. Намерете вероятността да се падне:

а) пет пъти герб

б) поне два пъти герб

Решение:

а) пет пъти герб

Величината k (броят на благоприятните изходи) е дискретна случайна променлива, която приема целочислени стойности от 0 до n. Броят изпитания n и вероятността за отделен благоприятен изход са параметри на разпределението. Функцията на разпределение на случайната променлива k се нарича биномно разпределение и се означава с b(k,n,p). Формулата по която се изчислява биномното разпределение е:

$$P_{n,k} = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$P_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} .p^к.q^{n-k}$$

В случая:

$n = 5$,

$k = 5$,

$p = 1/2$, $q = 1 - p = ½$

$$P_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} .p^к.q^{n-k} = \frac{5!}{5!(5-5)!} . (1/2)^5.(1/2)^0 = \frac{\cancel{5.4.3.2.1}}{\cancel{5.4.3.2.1}.1}.(1/2)^5.1=(1/2)^5 = 1/32=$$

$=0,031$

Всяко число повдигнато на нулева степен е равно на 1.

0! Е равно на 1.

б) поне два пъти герб

Имаме схема на Бернули с $n = 5$ и опита $p = q = 0,5$. Ако означим събитията A = ‘пада се герб поне 2 пъти’ = ‘2,3,4 или 5 пъти да се падне герб’;

$A2$ = ‘пада се 2 пъти герб’

$A3$ = ‘пада се 3 пъти герб’

$A4$ = ‘пада се 4 пъти герб’

$A5$ = ‘пада се 5 пъти герб’; $A6$ = ‘пада се 5 пъти герб’.

Тогава :

A = A2 U $A3$ U $A4$ U $A5$ тези събития са несъвместими и

$P(A) = P(A_2+A_3+A_4+A_5) = P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)+ P(A_5) = P_5\ (2) + P_5\ (3) + P_5\ (4)+ P_5\ (5)$

$$P_5^2 = \frac{n!}{k!(n-k)!}.p^к.q^{n-k} = \frac{5!}{2!(5-2)!}\ .\ (1/2)^2.(1/2)^3 = \frac{\overset{2}{5.\cancel{4.3.2.1}}}{\cancel{2.3.2.1.1}}.(1/2)^5 = 10/32 = 0,3125$$

$$P_5^3 = \frac{n!}{k!(n-k)!}.p^к.q^{n-k} = \frac{5!}{3!(5-3)!}\ .\ (1/2)^3.(1/2)^2 = \frac{\overset{2}{5.\cancel{4.3.2.1}}}{3.\cancel{2.12.1.}}.(1/2)^5 = 10/32 = 0,3125$$

$$P_5^4 = \frac{n!}{k!(n-k)!} .p^к.q^{n-k} = \frac{5!}{4!(5-4)!} . (1/2)^4.(1/2)^1 = \frac{5.\cancel{4.3.2.1}}{\cancel{4.3.2.1.1.}}.(1/2)^5 =5/32=0,1563$$

$$P_5^5 = \frac{n!}{k!(n-k)!} .p^к.q^{n-k} = \frac{5!}{5!(5-5)!} . (1/2)^5.(1/2)^0 = \frac{\cancel{5.4.3.2.1}}{\cancel{5.4.3.2.1}.1}.(1/2)^5.1=(1/2)^5 = 1/32=$$

$=0,03125$

$P(A) = 0,3125+0,3125+0,1563+0,03125=0,8125$

<u>Задача 12.</u>

Урна съдържа 8 бели и 12 черни сфери. Изваждат се последователно две сфери. Намерете вероятността:

а) и двете сфери да бъдат бели

б) двете сфери да бъдат с различен цвят

Решение:

а) и двете сфери да бъдат бели

Означаваме събитията:

Ai ={i-тата изтеглена топка е бяла}, i =1,2 .

При първия избор в урната има 20 сфери, от които 8 са бели, а 12 са черни. Следователно е на лице вероятност:

$$P(A_1) = \frac{8}{20}$$